

На правах рукописи



**Бызов Денис Дмитриевич**

**МЕТОДЫ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ ГРАВИМЕТРИИ С  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СЕТОЧНЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ  
РЕШЕНИЯ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ**

Специальность 25.00.10 Геофизика, геофизические методы поисков  
полезных ископаемых

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Екатеринбург – 2021

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте геофизики имени Ю.П. Булашевича Уральского отделения Российской академии наук в лаборатории математической геофизики.

Научный  
руководитель:

**Мартышко Петр Сергеевич,**  
доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН, заведующий лабораторией Математической геофизики ФГБУН Института геофизики им. Ю.П. Булашевича УрО РАН.

Официальные  
оппоненты:

**Глазнев Виктор Николаевич,**  
доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН, заведующий кафедрой Геофизики Геологического факультета ФГБОУ ВО Воронежского государственного университета;  
**Керимов Ибрагим Ахмедович,**  
доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории Комплексной геодинамической интерпретации наземных и спутниковых данных № 502 ФГБУН Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН.

Ведущая  
организация:

**ФГБОУ ВО Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова.**

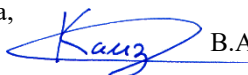
Защита диссертации состоится в 14 часов 8 апреля 2021 года на заседании диссертационного совета Д.002.001.01, созданного на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института физики Земли им. О. Ю. Шмидта Российской академии наук, по адресу 123242, г. Москва, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИФЗ РАН и на сайте института [www.ifz.ru](http://www.ifz.ru). Автореферат размещен на официальном сайте Высшей аттестационной комиссии при Министерстве образования и науки Российской Федерации [vak.ed.gov.ru](http://vak.ed.gov.ru) и на сайте ИФЗ РАН.

Отзывы на автореферат, заверенные печатью, в 2-х экземплярах направлять по адресу: 123242, Москва, Большая Грузинская ул., д. 10, стр. 1, ИФЗ РАН, ученому секретарю диссертационного совета Владимиру Анатольевичу Камзолкину.

Автореферат разослан «\_\_\_» февраля 2021 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
кандидат геолого-минералогических наук



В.А. Камзолкин

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### **Актуальность работы**

Изучение строения земной коры геофизическими методами и построение трёхмерных геолого-геофизических моделей на основе новых методов интерпретации геофизических данных (сейсмических, гравитационных, магнитных, каротажа и др.) является актуальной задачей. Разработка новых методов и компьютерных технологий построения моделей строения земной коры и верхней мантии по измерениям геофизических полей является одним из самых перспективных направлений современных исследований в науках о Земле.

В трехмерном случае интерпретация практических данных выполняется на основе численных алгоритмов [Кобрунов А.И., 1982; Страхов В.Н., Романюк Т.В., 1984; Никитин А.А., 1997; Старостенко В.И., 1998; Петров А.В., 2000; Страхов В.Н., Степанова И.Э., 2004; Тихоцкий С.А., 2008; Балк П.И., Долгаль А.С., 2009; Керимов И.А., 2011; Мартышко П.С., 2013; Шаров Н.В., 2014; Глазнев В.Н., 2015].

С появлением общедоступных персональных компьютеров началась разработка и внедрение в процесс комплексного анализа геофизических данных программных комплексов автоматизированной интерпретации: «GMT-Auto» (Старостенко В.И.), «ГИС ИНТЕГРО-Геофизика» (Галуев В.И.), КОСКАД-3D (Петров А.В., Никитин А.А.), СИГМА-3D (Блох Ю.И.) и др.

Разработка эффективных параллельных алгоритмов решения геофизических задач и реализующего их специализированного ПО для быстрого счета на сетках большой размерности с использованием возможностей современных вычислительных кластеров является перспективным направлением развития геофизики. В этом плане можно отметить работы следующих ученых: Жданов М.С., 2014; Cuma M., Wilson G.A., 2012; Акимова Е.Н., 2016; Moorkamp M., 2010.

Предлагаемый в работе метод количественной интерпретации гравитационного поля на основе параллельных алгоритмов решения трехмерных линейных обратных задач гравиметрии и аналитического продолжения гармонических функций может стать частью более общего метода комплексной интерпретации сейсмических и гравитационных данных. Методы комплексной интерпретации имеют широкую научную значимость и могут применяться в любом регионе Земли.

Количественная интерпретация потенциальных геофизических полей и построение на ее основе моделей распределения физических параметров позволяют получить новые знания о строении земной коры и существенно расширяют возможности научного прогнозирования, разведки и поисков месторождений полезных ископаемых.

### **Цель работы**

Разработать метод количественной интерпретации гравитационного поля на основе вычислительно эффективных параллельных алгоритмов

решения трехмерных задач на сетках большой размерности: прямой задачи гравиметрии, линейной обратной задачи гравиметрии и задачи аналитического продолжения гармонических функций.

### **Задачи исследования**

- Разработать вычислительно эффективный алгоритм решения прямой задачи гравиметрии для модели с кусочно-постоянным распределением плотности на равномерной сетке. Протестировать его однопоточную программную реализацию на моделях с разным числом элементов разбиения и сравнить время счета с однопоточным вычислением по «явной» формуле. Протестировать многопоточную программную реализацию быстрого алгоритма для GPU с поддержкой CUDA.
- Предложить способ выбора плотности относимости («плотности вмещающей среды») для расчета гравитационного поля от трехмерной модели среды с переменной плотностью, при котором редуцированные аномалии поля от фрагментов модели в произвольных криволинейных границах имели бы в общем случае меньшую амплитуду, чем при выборе произвольной константной плотности относимости. Продемонстрировать вид редуцированных аномалий поля от слоев с криволинейными границами для синтетических и практических моделей при различных вариантах выбора плотности относимости.
- Разработать алгоритм решения линейной обратной задачи гравиметрии, основанный на идее локализации: поле в каждой точке обусловлено главным образом областью плотностной модели, расположенной ближе всего к этой точке. Соответственно, на каждой итерации метода имеет смысл модифицировать плотности в модели «локально», то есть зависимо только от ближайших точек задания поля. Протестировать программную реализацию алгоритма на модельных и практических примерах.
- Разработать вычислительно эффективный алгоритм расчета интеграла Пуассона для представления гармонических функций во «внешнем» полупространстве по их граничным значениям на плоскости. Также разработать алгоритм аналитического продолжения гармонических функций с плоскости во «внутреннее» полупространство на основе решения интегрального уравнения Фредгольма 1-ого рода модифицированным методом локальных поправок с регуляризацией. Применить оба алгоритма для метода разделения гравитационного поля по глубине. Продемонстрировать на практическом примере, как меняются результаты решения линейной обратной задачи с использованием указанного метода и без него.
- Собрать воедино аппарат решения линейной обратной задачи гравиметрии и пересчетов поля и в рамках единой методики применить к построению крупномасштабных моделей приповерхностных объектов.

### **Положения, выносимые на защиту**

- 1) Предложенный в работе быстрый алгоритм для точного вычисления гравитационного поля от модели с кусочно-постоянным распределением плотности на равномерной сетке имеет меньшую вычислительную сложность, чем расчет по «явной» формуле, а созданное на его основе программное обеспечение использует на порядок меньше ресурсов процессора и памяти. Алгоритм можно использовать как важную составную часть методов автоматизированной интерпретации.
- 2) Метод решения линейной обратной задачи гравиметрии, основанный на идее локализации, в совокупности с быстрым алгоритмом решения прямой задачи позволяет находить устойчивые решения в выбранном классе моделей. Параллельная программная реализация метода для GPU позволяет решать обратную задачу для моделей с количеством элементов разбиения порядка  $10^6$  практически в реальном времени.
- 3) Численный алгоритм пересчета гармонических функций в нижнее полупространство, основанный на решении интегрального уравнения Фредгольма 1-ого рода модифицированным методом локальных поправок с регуляризацией, позволяет устойчиво разделять гравитационное поле по глубине на составляющие, относимые к горизонтальным слоям модели на соответствующих глубинах.

#### **Методология и методы исследования**

В работе используется математический аппарат численных методов интегрирования и оптимизации, теории некорректных задач и аналитического продолжения гармонических функций. При разработке программного обеспечения, реализующего предлагаемые алгоритмы, использованы технологии высокопроизводительных вычислений на графических ускорителях Nvidia CUDA, AMD ROCm.

#### **Научная новизна**

В практике структурно-картировочных и разведочных работ обычно предпочтение отдается разломно-блоковым моделям глубинного строения. Однако, такие модели чрезвычайно громоздки в вычислительном плане. Числовые данные представлены массивами плотностей, как правило, постоянных в блоке, и соответствующими массивами координат вершин блоков. Для всей территории региона в трехмерном пространстве нахождение границ этих блоков невозможно по их сечениям в пределах сейсмических профилей. Это резко снижает информативность последующих количественных оценок и привносит в модель существенную субъективную доминанту интерпретатора. Как правило, математическое моделирование ограничивается уточнением параметров модели на основе интерактивной методики многократного решения прямой задачи гравиметрии. В применяемом в работе подходе плотностная модель строения земной коры представлена в формате кусочно-постоянной сеточной функции с большим разложением, значения которой модифицируются в результате количественной интерпретации гравитационного поля. Сеточные алгоритмы легко формализуются в независимые последовательности однотипных

расчетов, что дает возможность использовать схемы параллельных вычислений. Наличие оригинальных алгоритмов решения прямой и линейной обратной задач гравиметрии для сеточных моделей, а также особенности применяемой методики разделения разноглубинных аномалий определяют научную новизну настоящей работы.

### **Практическая значимость**

Предложенный аппарат решения линейной обратной задачи гравиметрии и пересчетов поля в рамках единой методики при наличии априорной информации (данные плотностного каротажа скважин, сейсмические разрезы вдоль профилей) позволяет строить геологически содержательные плотностные модели земной коры и верхней мантии. Протестированная параллельная программная реализация предложенных алгоритмов на GPU на порядок быстрее однопоточной, что позволяет использовать ее для построения моделей с большим числом элементов разбиения (порядка  $10^9$ ).

**Достоверность** результатов исследований подтверждается согласованностью результатов проведенных численных экспериментов с применением различных методов.

### **Апробация работы**

Результаты работы были представлены на следующих конференциях:

- 1) Международный семинар им. Д. Г. Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей»: 2013 (Москва), 2014 (Екатеринбург), 2015 (Пермь), 2017 (Москва), 2019 (Пермь), 2020 (Воронеж) гг.
- 2) Научные чтения Ю.П. Булашевича «Геодинамика. Глубинное строение. Тепловое поле земли. Интерпретация геофизических полей», Екатеринбург: 2013, 2015 гг.
- 3) International Conference on Geoinformatics - Theoretical and Applied Aspects, Kyiv, Ukraine: 2015 г.
- 4) International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM, Albena, Bulgaria: 2015, 2018 г.
- 5) International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics, Rhodes, Greece Republic: 2016 г.
- 6) Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences, Albena, Bulgaria: 2019 г.

### **Публикации**

Общее количество работ, опубликованных по теме диссертации: **15** (1 монография). Публикации в рецензируемых изданиях, входящих в список ВАК – **11** (из них **7** индексируются Web of Science и Scopus, **3** только Scopus)

### **Личный вклад автора**

Все перечисленные результаты получены либо при непосредственном участии автора (построение моделей начального приближения), либо лично (алгоритмы и их программная реализация, численные эксперименты по построению синтетических и практических моделей).

### **Структура и объем работы**

Работа состоит из введения, пяти глав и заключения. Полный объем диссертации: 110 страниц текста, 31 рисунок, 2 таблицы. Список литературы включает 121 наименование.

### **Благодарности**

Автор диссертационной работы выражает благодарность своему научному руководителю – доктору физико-математических наук, член-корреспонденту РАН, Петру Сергеевичу Мартышко за привлечение интереса к выбранной теме, всестороннюю поддержку в ходе проводимого исследования, а также предоставленную возможность работы в группе талантливых ученых – сотрудников лаборатории математической геофизики Института геофизики имени Ю.П. Булашевича.

Исследование выполнено при поддержке Российского Научного Фонда (проекты №№ 14-27-00059, 20-17-00058).

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В главе 1 представлен быстрый алгоритм для вычисления гравитационного поля от модели с кусочно-постоянным распределением плотности на равномерной сетке, который выгодно отличается от существующих аналогов меньшим расходом ресурсов процессора и памяти. Повышение быстродействия стало возможным благодаря однократному вычислению значений первообразной (в интегральном представлении гравитационного поля) от одинаковых аргументов (многokrратно повторяющихся ввиду регулярности геометрии распределения точек счета поля и плотности в модели). Алгоритм можно использовать как важную составную часть методов автоматизированной интерпретации.

Введём правую декартову прямоугольную систему координат. Пусть область  $D$ , заполненная массой с плотностью  $\rho(x, y, z)$ , представляет собой прямоугольный параллелепипед:  $D = [x_{min}; x_{max}] \times [y_{min}; y_{max}] \times [z_{min}; z_{max}]$ . Точка  $\vec{r} = (x, y, z) \in D$ ;  $\vec{q} = (\xi, \eta, \zeta) \notin D$  – точка, в которой вычисляется поле;  $R = |\vec{r} - \vec{q}|$ . Вертикальная компонента гравитационного поля в точке  $\vec{q}$  вычисляется по формуле ( $\gamma$  – гравитационная постоянная;  $S$  – линейный оператор):

$$g(\vec{q}) = S\rho = \gamma \frac{\partial}{\partial \zeta} \int_D \frac{\rho(\vec{r})}{R} dx dy dz; \quad (1)$$

Воспользуемся гeд-аппроксимацией функции  $\rho(x, y, z)$  плотностного параллелепипеда. На трехмерной сетке  $\{x_i, y_j, z_k\}$  ( $i \in \overline{0, N_x}; j \in \overline{0, N_y}; k \in \overline{0, N_z}$ ,  $x_i < x_{i+1}$ ,  $y_j < y_{j+1}$ ,  $z_k < z_{k+1}$ ,  $x_0 = x_{min}$ ,  $x_{N_x} = x_{max}$ ,  $y_0 = y_{min}$ ,  $y_{N_y} = y_{max}$ ,  $z_0 = z_{min}$ ,  $z_{N_z} = z_{max}$ ) построим элементы  $D_{i,j}^k$

$$D = \bigcup_{i,j,k} D_{i,j}^k; \quad i \in \overline{0, N_x - 1}; \quad j \in \overline{0, N_y - 1}; \quad k \in \overline{0, N_z - 1}$$

$$D_{i,j}^k = [x_i; x_{i+1}] \times [y_j; y_{j+1}] \times [z_k; z_{k+1}]$$

так, чтобы в пределах каждого из них плотность была постоянной:

$$\rho(x, y, z) = \rho_{i,j}^k, \quad (x, y, z) \in D_{i,j}^k \quad (2)$$

С учетом (2), интеграл (1) заменяется суммой  $N = N_x N_y N_z$  кубатурных элементов с постоянной плотностью:

$$g(\vec{q}) = -\gamma \sum_{i=0}^{N_x-1} \sum_{j=0}^{N_y-1} \sum_{k=0}^{N_z-1} \rho_{i,j}^k \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_{y_j}^{y_{j+1}} \frac{1}{R} \Big|_{z_k}^{z_{k+1}} dx dy; \quad (3)$$

Формулу (3) запишем в виде:

$$g(\vec{q}) = \gamma \sum_{i=0}^{N_x-1} \sum_{j=0}^{N_y-1} \sum_{k=0}^{N_z-1} \rho_{i,j}^k G_{i,j}^k(\vec{q}), \quad (4)$$



где  $G_{i,j}^k(\vec{q})$  – поле в точке  $\vec{q}$  с точностью до коэффициента  $\gamma$  параллелепипеда  $D_{i,j}^k$  с единичной плотностью, которое вычисляется по формуле (подстановка производится в  $\vec{r}$ ):

$$G_{i,j}^k(\vec{q}) = -v(\vec{r} - \vec{q}) \begin{vmatrix} x_{i+1} & y_{j+1} & z_{k+1} \\ x_i & y_j & z_k \end{vmatrix}, \quad (5)$$

$$v(\vec{a}) = a_x \ln(a_y + |\vec{a}|) + a_y \ln(a_x + |\vec{a}|) - a_z \arctg\left(\frac{a_x a_y}{a_z |\vec{a}|}\right).$$

Обозначим  $\vec{r}_{i,j}^k = (x_i, y_j, z_k)$  и раскроем в (4)  $G_{i,j}^k(\vec{q})$  по формуле (5):

$$g(\vec{q}) = -\gamma \sum_{i=0}^{N_x-1} \sum_{j=0}^{N_y-1} \sum_{k=0}^{N_z-1} \rho_{i,j}^k (v(\vec{r}_{i+1,j+1}^{k+1} - \vec{q}) - v(\vec{r}_{i,j+1}^{k+1} - \vec{q}) - v(\vec{r}_{i+1,j}^{k+1} - \vec{q}) + v(\vec{r}_{i,j}^{k+1} - \vec{q}) - v(\vec{r}_{i+1,j+1}^k - \vec{q}) + v(\vec{r}_{i,j+1}^k - \vec{q}) + v(\vec{r}_{i+1,j}^k - \vec{q}) - v(\vec{r}_{i,j}^k - \vec{q})) \quad (7)$$

Теперь объединим слагаемые с одинаковыми индексами при  $\vec{r}_{i,j}^k$ :

$$g(\vec{q}) = -\gamma \sum_{i=0}^{N_x} \sum_{j=0}^{N_y} \sum_{k=0}^{N_z} v(\vec{r}_{i,j}^k - \vec{q}) (\rho_{i-1,j-1}^{k-1} - \rho_{i-1,j}^{k-1} - \rho_{i,j-1}^{k-1} + \rho_{i,j}^{k-1} - \rho_{i-1,j-1}^k + \rho_{i-1,j}^k + \rho_{i,j-1}^k - \rho_{i,j}^k) = \gamma \sum_{i=0}^{N_x} \sum_{j=0}^{N_y} \sum_{k=0}^{N_z} \bar{\rho}_{i,j}^k v(\vec{r}_{i,j}^k - \vec{q}) \quad (8)$$

считаем, что  $\rho_{i,j}^k = 0$ , если  $i = -1 \vee i = N_x \vee j = -1 \vee j = N_y \vee k = -1 \vee k = N_z$ .

При использовании формулы (7) необходимо  $8N$  раз вычислить значение функции  $v$ , при использовании формулы (8) – только  $(N_x + 1)(N_y + 1)(N_z + 1)$  раз, что дает почти восьмикратное уменьшение времени счета для достаточно больших  $N$ .

Пусть  $D_{i,j}^k$  – равновеликие параллелепипеды, т.е.  $x_i = x_0 + i\Delta x$ ,  $y_j = y_0 + j\Delta y$ ,  $z_k = z_0 + k\Delta z$ ,  $\Delta x > 0$ ,  $\Delta y > 0$ ,  $\Delta z > 0$ . Выпишем формулу для вычисления множества  $\vec{T}$  значений  $g$  в точках множества  $\vec{r}$  в узлах равномерной прямоугольной двумерной сетки, ориентированной аналогично  $D$ , расположенной в плоскости, параллельной грани  $D$ , с расстояниями между узлами по двум измерениям  $\Delta x$  и  $\Delta y$ .

Знак вектора при обозначении  $\vec{T}$  и  $\vec{r}$  нужно понимать в том смысле, что указанные множества суть кортежи: в них важен порядок следования элементов.

$\vec{r} = (\vec{q}_m)_{m=0}^{M-1}$ ,  $\vec{q}_m = (\xi_{i_1}, \eta_{j_1}, \zeta)$ ,  $\xi_{i_1} = \xi_0 + i_1 \Delta x$ ,  $\eta_{j_1} = \eta_0 + j_1 \Delta y$ ,  $\zeta \notin (z_{min}; z_{max})$ ,  $i_1 \in \overline{0, M_x - 1}$ ,  $j_1 \in \overline{0, M_y - 1}$ ,  $m = i_1 + M_x j_1$ ,  $M = M_x M_y$ .

$$\vec{T} = (g(\vec{q}_m))_{m=0}^{M-1} = \gamma \left( \sum_{i=0}^{N_x-1} \sum_{j=0}^{N_y-1} \sum_{k=0}^{N_z-1} \rho_{i,j}^k G_{i,j}^k(\vec{q}_m) \right)_{m=0}^{M-1} \quad (9)$$

Для расчета  $\vec{T}$  по формуле (9) требуется  $8MN$  раз вычислить значение  $v$ . Применим оптимизацию (8):

$$\vec{T} = \gamma \left( \sum_{i=0}^{N_x} \sum_{j=0}^{N_y} \sum_{k=0}^{N_z} \bar{\rho}_{i,j}^k v(\vec{r}_{i,j}^k - \vec{q}_m) \right)_{m=0}^{M-1} \quad (10)$$

По данной формуле  $v$  нужно вычислять уже  $M(N_x + 1)(N_y + 1)(N_z + 1)$  раз. Однако, при указанном  $\vec{r}$  среди множества векторов  $\vec{r}_{i,j}^k - \vec{q}_m$  есть большое количество совпадений, для которых  $v$  можно считать один раз:

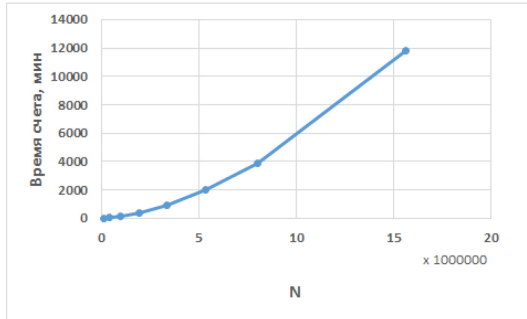
$$\begin{aligned} \vec{r}_{i,j}^k - \vec{q}_m &= (x_0 + i\Delta x - (\xi_0 + i_1\Delta x), y_0 + j\Delta y - (\eta_0 + j_1\Delta y), z_k - \zeta) = \\ &= (x_0 - \xi_0 + (i - i_1)\Delta x, y_0 - \eta_0 + (j - j_1)\Delta y, z_k - \zeta) \end{aligned}$$

Если ввести новые индексы  $i_2 = i - i_1$ ,  $i_2 \in \overline{1 - M_x, N_x}$ ,  $j_2 = j - j_1$ ,  $j_2 \in \overline{1 - M_y, N_y}$  и обозначить  $v_{i_2, j_2}^k = v(x_0 - \xi_0 + i_2\Delta x, y_0 - \eta_0 + j_2\Delta y, z_k - \zeta)$ , то (11) можно переписать в виде:

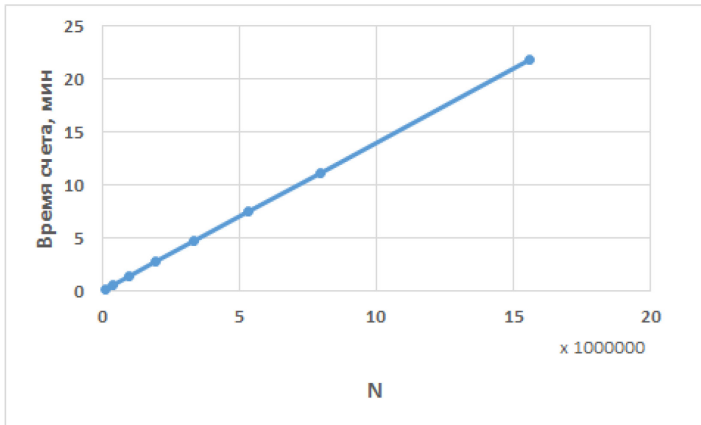
$$\vec{T} = \gamma \sum_{k=0}^{N_z} \left( \sum_{i_2=-i_1}^{N_x-i_1} \sum_{j_2=-j_1}^{N_y-j_1} \bar{\rho}_{i_1+i_2, j_1+j_2}^k v_{i_2, j_2}^k \right)_{m=0}^{M-1} \quad (11)$$

Таким образом,  $v$  необходимо вычислять лишь в  $(N_x + M_x)(N_y + M_y)(N_z + 1)$  точках, что на два порядка меньше, чем по формулам (9) или (10).

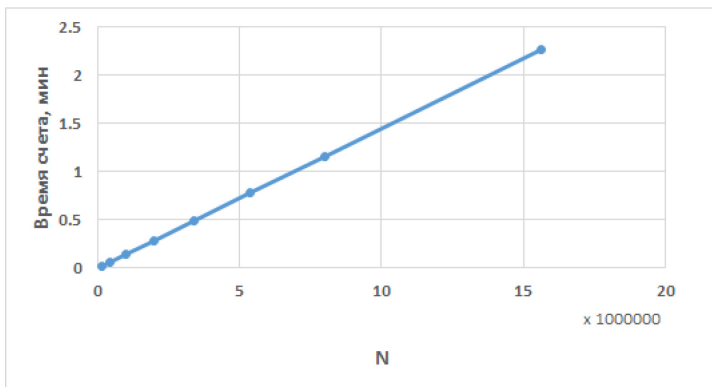
Для оценки ускорения расчетов по формуле (11) по сравнению с формулой (9) проведена серия вычислений поля от трехмерной плотностной грид-модели с различным числом элементов ее разбиения и детализацией сетки поля. Вычисления проводились на одном ядре процессора Intel Xeon E5-2620 v2 с тактовой частотой 2,5 ГГц и в параллельном варианте – на одном GPU Nvidia Titan Black. На рисунках 1 – 3 представлены соответствующие графики.



**Рисунок 1.** Зависимость времени счета поля на 1 ядре CPU Intel Xeon E5-2620 v2 по формуле (9) от числа элементов разбиения модели.



**Рисунок 2.** Зависимость времени счета поля на 1 ядре CPU Intel Xeon E5-2620 v2 по формуле (11) от числа элементов разбиения модели.



**Рисунок 3.** Зависимость времени счета поля на GPU NVidia Titan Black по формуле (11) от числа элементов разбиения модели.

Проблема, затронутая в **главе 2**, касается обоснования способа вычисления и надлежащего учета гравитационного эффекта структурных (криволинейных) поверхностей, разделяющих слои с переменной плотностью. Эффект плотностной границы задается перепадом сопредельных плотностей выше- и нижележащих слоев. На внешних криволинейных границах обособленного слоя избыточная плотность вычисляется относительно модельного (выбранного интерпретатором) распределения «плотности вмещающей среды». Соответственно, в расчетном поле появится переменная «фоновая» составляющая, пропорциональная скачку плотности на внешних границах слоя. В таком случае не только морфология границ обрамления, но и априорно заданная плотность относимости «вмещающей среды» будут иметь решающее влияние на количественный результат расчета поля от

отдельных слоев неоднородной плотностной модели. Корректное вычисление гравитационных аномалий от неоднородной плотностной модели и ее отдельных частей предопределяет обоснованность построения структурных схем районирования глубинных горизонтов и последующих выводов геологической интерпретации по комплексу геофизических полей.

В главе изложен метод выбора «плотности относимости» для трёхмерной модели геологической среды с переменной плотностью и вычисления аномального поля от неоднородных плотностных фрагментов. Показано, что выбор зависящей от глубины гидростатической плотности  $\sigma_0(z)$  нормальной модели минимизирует влияние плотностного контакта на внешних границах криволинейного слоя. Это позволяет корректно разделить гравитационные эффекты от отдельных фрагментов неоднородной плотностной модели и сопоставить аномалии разделенных полей по всей глубине расчетной области.

Возможности применения метода продемонстрированы на тестовом и практическом примерах. От структурных слоев плотностной модели литосферы Тимано-Печорской плиты, соответствующих осадочному чехлу, кристаллической земной коре и верхней мантии, вычислены аномалии поля в рамках модели неоднородного слоя с криволинейными границами.

В главе 3 на основе сеточных алгоритмов предложен метод интерпретации гравитационных аномалий (выделение плотностных неоднородностей): по аномалиям поля строится трехмерное распределение плотности в изучаемом объеме среды в формате сеточных функций. Процесс построения плотностных моделей сводится к решению линейной обратной задачи гравиметрии. Решаем задачу в следующей постановке. Полагаем значения  $g(\xi, \eta, \zeta)$  вертикальной компоненты гравитационного поля известными и заданными на некоторой горизонтальной плоскости  $z = \zeta$ , при этом  $(\xi, \eta) \in [x_{min}, x_{max}] \times [y_{min}, y_{max}]$ . Считаем, что это поле создается преимущественно массами, расположенными в области  $D = [x_{min}, x_{max}] \times [y_{min}, y_{max}] \times [z_{min}, z_{max}]$ , распределение плотности  $\rho(x, y, z)$  в которой и требуется найти.

Плотность неоднородного параллелепипеда  $D$  будем искать в виде суммы плотности  $\rho^{(0)}(x, y, z)$  модели начального приближения (считаем заданной) и произведения зависящей только от глубины функции  $\rho_0(z)$  с функцией  $\Phi(x, y)$ :  $\rho(x, y, z) = \rho^{(0)}(x, y, z) + \rho_0(z)\Phi(x, y)$ .

При этом  $\rho_0(z)$  считаем известной, скажем, исходя из данных каротажа по скважинам или из соответствующей зависимости для модели нулевого приближения.  $\Phi(x, y)$  определяется из интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода:

$$\delta g^{(0)}(\xi, \eta, \zeta) = \gamma \int_{x_{min}}^{x_{max}} \int_{y_{min}}^{y_{max}} \Phi(x, y) K(x, y, \xi, \eta, \zeta) dx dy$$

$$K(x, y, \xi, \eta, \zeta) = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \frac{(z - \zeta)\rho_0(z)}{((x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2)^{3/2}} dz,$$

$$\delta g^{(0)}(\xi, \eta, \zeta) = g(\xi, \eta, \zeta) - U^{(0)}(\xi, \eta, \zeta)$$

где  $U^{(0)}(\xi, \eta, \zeta) = \gamma \int_D \frac{(z - \zeta)\rho^{(0)}(x, y, z)}{((x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2)^{3/2}} dx dy dz$  – поле модели нулевого приближения,  $\gamma$  – гравитационная постоянная.

Таким образом, задача вычисления корректирующей добавки к плотности модели начального приближения сводится к двумерному случаю. Это обеспечивает единственность решения уравнения для  $\Phi(x, y)$  (Новоселицкий, 1965) и, как следствие, всей задачи на основе устойчивого алгоритма.

Сначала считаем поле  $U^{(0)}(\xi, \eta, \zeta)$  от модели начального приближения и «остаточное» поле  $\delta g^{(0)} = g - U^{(0)}$ , принимаем  $\Phi^{(0)} \equiv 0$ ,  $\zeta = const$ ,  $\zeta \notin (z_{\min}, z_{\max})$ ,  $(\xi, \eta) \in [x_{\min}, x_{\max}] \times [y_{\min}, y_{\max}]$ . Далее циклически повторяем следующие шаги (записано для итерации  $\theta \geq 1$ ):

1) Вычисляем

$$\delta U^{(\theta)}(\xi, \eta) = \gamma \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \delta g^{(\theta-1)}(x, y, \zeta) K(x, y, \xi, \eta, \zeta) dx dy,$$

2) Считаем  $\alpha^{(\theta)}$  и  $\beta^{(\theta)}$ :

$$\alpha^{(\theta)} = \frac{1}{Q^{(\theta)}} (\langle S, S \rangle \langle \delta g^{(\theta-1)}, \delta U^{(\theta)} \rangle - \langle S, \delta U^{(\theta)} \rangle \langle \delta g^{(\theta-1)}, S \rangle)$$

$$\beta^{(\theta)} = \frac{1}{Q^{(\theta)}} (\langle \delta U^{(\theta)}, \delta U^{(\theta)} \rangle \langle \delta g^{(\theta-1)}, S \rangle - \langle S, \delta U^{(\theta)} \rangle \langle \delta g^{(\theta-1)}, \delta U^{(\theta)} \rangle)$$

$$Q^{(\theta)} = \langle \delta U^{(\theta)}, \delta U^{(\theta)} \rangle \langle S, S \rangle - \langle S, \delta U^{(\theta)} \rangle^2,$$

где  $\langle h_1, h_2 \rangle = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} h_1(x, y) h_2(x, y) dx dy$  – скалярное произведение в пространстве измеримых интегрируемых с квадратами на области  $[x_{\min}, x_{\max}] \times [y_{\min}, y_{\max}]$  вещественных функций;  $S(\xi, \eta) = \gamma \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} K(x, y, \xi, \eta, \zeta) dx dy$ .

3)  $\Phi^{(\theta)} = \Phi^{(\theta-1)} + \alpha^{(\theta)} \delta g^{(\theta-1)} + \beta^{(\theta)}$

Если мы ищем  $\Phi^{(\theta)}$  в таком виде, то невязка поля на данной итерации запишется так:  $\delta g^{(\theta)} = g - U^{(\theta)}$ , где  $U^{(\theta)} = \gamma \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \Phi^{(\theta)} K dx dy$  – поле модели на итерации  $\theta$ . Т. е.  $\delta g^{(\theta)} = g - \gamma \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} (\Phi^{(\theta-1)} + \alpha^{(\theta)} \delta g^{(\theta-1)} + \beta^{(\theta)}) K dx dy = g - \gamma \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \Phi^{(\theta-1)} K dx dy - \gamma \alpha^{(\theta)} \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \delta g^{(\theta-1)} K dx dy - \gamma \beta^{(\theta)} \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} K dx dy = g - U^{(\theta-1)} - \alpha^{(\theta)} \delta U^{(\theta)} - \beta^{(\theta)} S$ . Таким образом, следующим шагом алгоритма считаем новую невязку  $\delta g^{(\theta)}$  поля по невязке  $\delta g^{(\theta-1)} = g - U^{(\theta-1)}$  на предыдущей итерации.

$$4) \quad \delta g^{(\theta)} = \delta g^{(\theta-1)} - \alpha^{(\theta)} \delta U^{(\theta)} - \beta^{(\theta)} S$$

5) Проверяем условие остановки итерационного процесса:  $\|\delta g^{(\theta)}\| = \sqrt{\langle \delta g^{(\theta)}, \delta g^{(\theta)} \rangle} < \varepsilon$  (достижение требуемой точности  $\varepsilon$  подбора поля), если оно не выполнено – переходим к следующей итерации  $\theta + 1$ .

В итоге, после завершения цикла распределение плотности  $\rho_0(z)\Phi^{(\theta)}(x, y)$  аппроксимирует (с точностью до константы, с нормой разности меньше  $\varepsilon$ ) разницу  $\delta g^{(0)}$  между наблюдаемым и полем модели нулевого приближения. Таким образом, прибавляя к модели нулевого приближения указанное распределение, получаем плотностную модель с полем, близким к наблюдаемому, с погрешностью  $\|\delta g^{(\theta)}\|$ .

В главе 4 для разделения аномалий наблюдаемого поля по глубине используется схема повысотных трансформаций (Мартышко, 2003), реализованная автором в численном алгоритме, основанном на идее локализации. Он повторяет все шаги алгоритма решения линейной обратной задачи за исключением первого: на нем вычисляется интеграл Пуассона решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа для представления гармонической функции по ее граничным значениям, заданным на плоскости. Интеграл Пуассона вычисляется при помощи быстрого алгоритма, повторяющего оптимизирующие шаги быстрого алгоритма решения прямой задачи гравиметрии применительно к указанному интегралу.

Опишем методику пересчетов. Считаем, что исходное разделяемое поле  $g(x, y, 0)$  задано на плоскости  $z = 0$ . Общая схема метода выделения эффекта источников в слое от земной поверхности до некоторой глубины  $z = -H$  состоит из трех этапов. 1) Поле аналитически продолжаем вверх на уровень  $z = H$ :  $g(x, y, 0) \xrightarrow{up(H)} g(x, y, H)$ , при этом предполагаем, что влияние локальных приповерхностных источников (до глубины  $z = -H$ ) если и не устраняется совсем, то значительно ослабевает. 2) Для того, чтобы «избавиться» от влияния локальных источников, находящихся в горизонтальном слое от дневной поверхности  $z = 0$  до глубины  $z = -H$ , пересчитанное вверх поле  $g(x, y, H)$  затем аналитически продолжаем вниз на глубину  $z = -H$ :  $g(x, y, H) \xrightarrow{down(2H, \kappa)} u(x, y, -H | (-\infty, -H])$ . При этом, поскольку задача относится к классу некорректно поставленных, нужно использовать методы с применением регуляризации, и  $\kappa$  в формуле – параметр регуляризации. Полученное поле можно рассматривать как поле от источников, расположенных ниже границы  $z = -H$ , заданное на плоскости  $z = -H$ . 3) На последнем шаге пересчитываем поле  $u(x, y, -H | (-\infty, -H])$  вновь вверх на уровень дневной поверхности  $z = 0$ :  $u(x, y, -H | (-\infty, -H]) \xrightarrow{up(H)} u(x, y, 0 | (-\infty, -H])$ . Полученное поле можно рассматривать как поле от источников, расположенных ниже границы  $z = -H$ , заданное на плоскости  $z = 0$ . Далее, вычитаем это поле из исходного и получаем поле от слоя  $z \in (-H, 0]$ :  $u(x, y, 0 | (-H, 0]) = g(x, y, 0) - u(x, y, 0 | (-\infty, -H])$ .

Рассмотрим предложенный способ выделения из общего наблюдаемого поля  $g(x, y, 0)$  гравитационного эффекта  $u(x, y, 0|(-\infty, -H])$  источников в полупространстве ниже некоторой глубины  $z = -H < 0$ :  

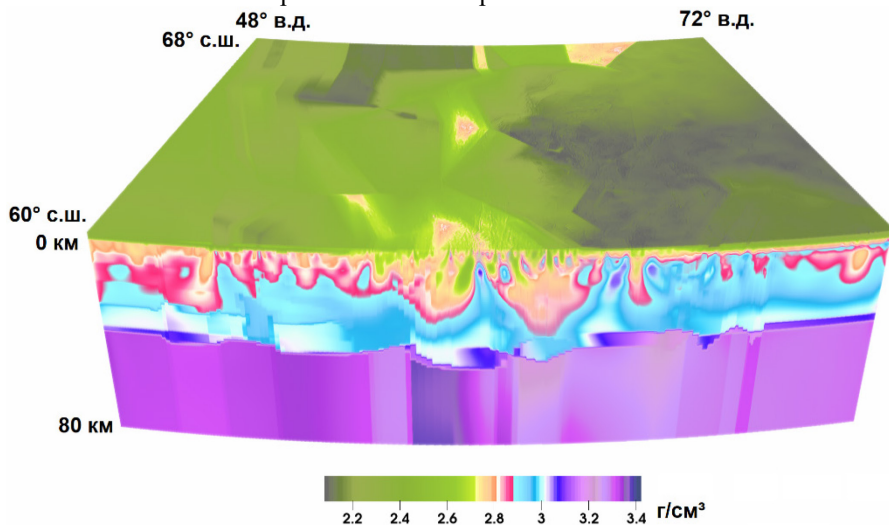
$$g(x, y, 0) \xrightarrow{up(H)} g(x, y, H) \xrightarrow{down(2H, \kappa)} u(x, y, -H|(-\infty, -H]) \xrightarrow{up(H)} u(x, y, 0|(-\infty, -H])$$
Считаем, что  $g(x, y, 0)$  задано точно своим кусочно-постоянным представлением. Если бы операции  $up(H)$  и  $down(H, 0)$  производились аналитически точно, то, конечно, в результате мы бы получили  $u(x, y, 0|(-\infty, -H]) \equiv g(x, y, 0)$ . Если стремиться к наибольшей точности при реализации схемы пересчетов с использованием аналитического продолжения гармонических функций, то никакого разделения полей не получится. Собственно, для целей разделения в операцию  $down(H, \kappa)$  и была введена формальная регуляризация.

Результат  $u(x, y, 0|(-\infty, -H])$  трехэтапной схемы пересчетов непрерывно зависит от параметра регуляризации  $\kappa$ , кроме того, чем больше  $\kappa$ , тем он более сглаженный (а в пределе вообще – плоскость). Пусть мы разделяем наблюдаемое поле  $g(x, y, 0)$  по  $L$  горизонтальным слоям с интервалами глубин  $((-H_{i+1}, -H_i))_{i=0}^{L-1}$  и принимаем в качестве поля этого слоя  $u(x, y, 0|(-H_{i+1}, -H_i]) = u(x, y, 0|(-\infty, -H_i]) - u(x, y, 0|(-\infty, -H_{i+1}])$ , при этом поля  $u(x, y, 0|(-\infty, -H_i])$  получены с использованием регуляризаторов  $\kappa_i$ , за исключением  $u(x, y, 0|(-\infty, -H_0]) = g(x, y, 0)$ ,  $H_0 = 0$ ,  $\kappa_0 = 0$ . Если мы считаем, что все наблюдаемое поле обеспечивается массами в слое  $(-H_L, 0]$ , то нужно обеспечить  $u(x, y, 0|(-\infty, -H_L]) \approx u_a = \cos nt$ , для этого выбрать  $\kappa_L$  достаточно большим. Выходит, для выполнения условия «непрерывной» стыковки разделенных полей  $u(x, y, 0|(-H_{i+1}, -H_i])$  соседних слоев, требуется выбирать  $\kappa_i$  по возрастанию между  $\kappa_0 = 0$  и  $\kappa_L$  без резких переходов от  $\kappa_{i-1}$  к  $\kappa_i$ . Возрастание с глубиной  $\kappa_i$  приводит последовательность разделенных полей в соответствие с физическим смыслом: чем больше глубина залегания слоя, тем более «сглажено» поле от него на дневной поверхности. Конечно, существует бесконечно много вариантов «непрерывных» возрастающих последовательностей  $\kappa_i$ , причем эти варианты могут давать существенно отличающиеся друг от друга пересчеты и, соответственно, плотностные модели, но именно в этом и проявляется неединственность решения линейной обратной задачи гравиметрии. Выбор одного из вариантов ложится на плечи интерпретатора, это – элемент субъективности. Большой плюс в том, что малые изменения последовательности  $\kappa_i$  приведут к малым изменениям разделенных полей и результирующей плотностной модели.

Таким образом,  $\kappa$  используется в пересчетах не для регуляризации, а как непрерывный сглаживающий фактор, который нельзя заменить на, скажем, несколько проходов по наблюдаемому полю дискретным фильтром Гаусса во «временной» области, потому что для верхних слоев даже один такой проход – слишком много. Для целей разделения полей также можно

использовать фильтры, работающие в «частотной» области, но, как кажется Автору, они менее наглядны в плане привязки к конкретным глубинам.

В конце главы приведена региональная плотностная модель территории Северного-Полярного Урала (см. рис. 4) с координатами 60°-68° с. ш., 48°-72° в. д. до глубины 80 км размерностью 1336 \* 969 \* 800 элементов, построенная при помощи решения линейной обратной задачи с применением разделения поля по глубине по алгоритмам, приведенным в работе. Для расчетов на одной GPU NVidia Titan Black потребовалось около 48 часов. Расчет для этой модели на 4 GPU AMD Radeon VII занял бы чуть больше 2 часов, что определялось сопоставлением производительности вычислительных систем, построенных на базе указанных GPU, по синтетическим тестам применяемых алгоритмов.



**Рисунок 4.** Региональная плотностная модель территории Северного-Полярного Урала, построенная с применением приведенных в работе алгоритмов.

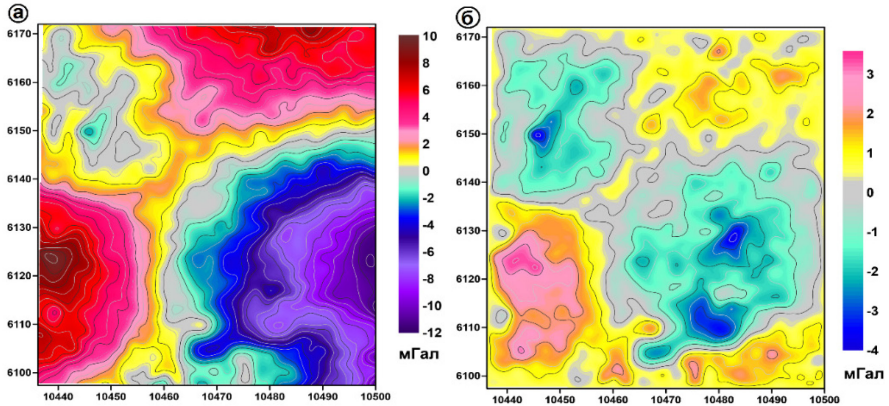
В главе 5 аппарат пересчетов и решения линейной обратной задачи гравиметрии применяется для построения моделей приповерхностных объектов. Как правило, из априорных данных известно о наличии локальных геологических объектов в приповерхностном слое на некоторой глубине (такими априорными данными становятся, например, данные, полученные по сейсморазведке). В пересчитанном на высоту, достаточно сглаженном поле влияние локальных приповерхностных источников заметно ослабевает. Но поля от протяженных, сопоставимых с морфологией рельефа плотностных границ разделить гораздо сложнее. Для небольших высот пересчета «длинноволновая» составляющая поля протяженных источников меняется незначительно и качественно напоминает поле глубинных масс.



Следовательно, разделить эти составляющие только с помощью сглаживающего фильтра пересчетов на высоту не представляется возможным.

Для моделирования приповерхностных объектов в достаточно большом масштабе предлагается следующая методика. 1) В измеренное на земной поверхности наблюденное поле вводится поправка за региональный фон путем исключения влияния боковых источников: либо, если имеется более «широкая» региональная модель меньшего масштаба, непосредственным вычитанием ее поля из наблюденного, либо вычитанием решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа от значений наблюденного поля на границе исследуемой области. 2) Затем выделяются гравитационные аномалии от источников, разделенных по горизонтальным слоям между двумя заданными глубинами. Инструментом фильтрации является метод сглаживания полей при их пересчете на различные высоты и последующим аналитическим продолжением на глубину. 3) По разделенным аномалиям поля послойно решается линейная обратная задача и вычисляется трехмерное распределение избыточной плотности относительно региональной модели (при этом  $\rho_0(z)$  берется равным средней плотности  $\sigma_0(z)$  по глубине этой модели), а за неимением таковой – относительно выбранной горизонтально-слоистой модели начального приближения  $\rho_0(x, y, z) = \rho_0(z)$ . Альтернативный вариант пунктов 2 и 3: 2) строится истокообразная аппроксимация локальной составляющей наблюденного поля; 3) решается линейная обратная задача для локальной составляющей наблюденного поля с  $\rho_0(z)$  равной средней по тонким горизонтальным слоям плотности полученных источников. Далее в главе сравниваются два этих альтернативных варианта в условиях отсутствия региональной модели.

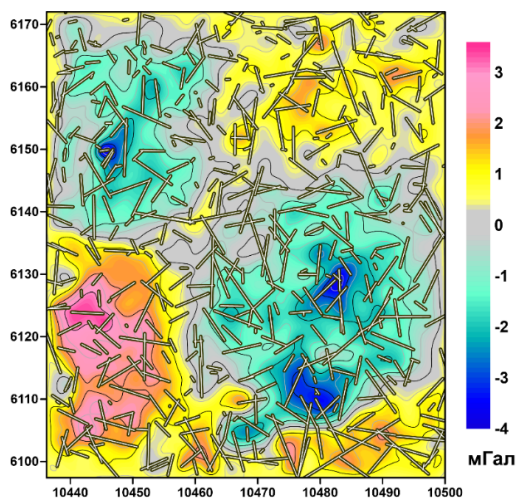
На рисунке 5 представлен практический пример исключения влияния боковых источников и восстановления «локальной» составляющей наблюденного поля в пределах исследуемой области путем вычитания решения внутренней краевой задачи Дирихле для уравнения Лапласа по граничным значениям поля в этой области. Наблюденное поле получено непосредственными измерениями на равномерной сетке с шагом 200 м в пределах перспективного участка геолого-геофизического опробования площадью  $70 \times 60$  км<sup>2</sup>. Наблюденное поле масштаба 1:200000 с поправкой за рельеф имеет явно выраженную «седлообразную» составляющую переменного фона диагонального простирания. Аномалии от локальных объектов практически полностью замаскированы уровнем регионального фона (см. рис. 5а). Фоновая составляющая восстанавливается гармонической функцией по граничным значениям исходного поля на обрамляющем контуре и исключается из наблюденного поля. Выделенная «локальная» составляющая представлена на рисунке 5б. Нулевые граничные значения локальных аномалий существенно уменьшают погрешности аналитического продолжения поля при вычислении интегралов по конечной области.



**Рисунок 5.** Карта аномалий гравитационного поля исследуемого участка. а) Вертикальная компонента гравитационного поля в редукции Буге для исследуемой территории. Пространственные координаты даны в километрах для 10 зоны проекции Гаусса-Крюгера; б) «Локализованные» аномалии поля с исключенным влиянием боковых источников, расположенных вне границ исследуемой области.

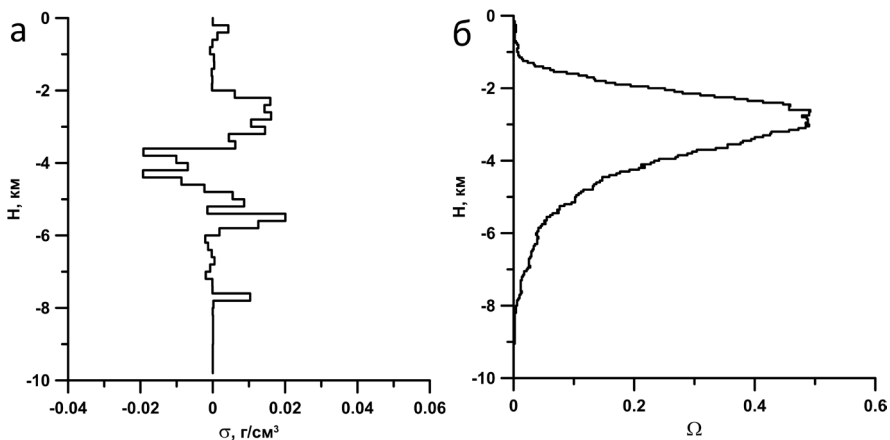
Если подобрать распределение сингулярных источников, которые с достаточной точностью соответствуют заданному полю, то гравитационный эффект от некоторого горизонтального слоя можно принять равным полю источников, расположенных между соответствующими глубинами. В связи с этим был разработан алгоритм аппроксимации гравитационных аномалий полями линейных отрезков для трехмерного случая, реализованный в программе на языке Си, которая за счет проведения параллельных вычислений на современных графических процессорах (GPU) NVidia с применением библиотеки CUDA и ее расширения cuBLAS позволила достичь высокой производительности расчетов.

При помощи указанной программной реализации был осуществлен подбор 510 материальными отрезками поля локальных аномалий. Устанавливались ограничения на геометрическое расположение отрезков: по латерали они должны были оставаться в пределах целевой области, по глубине – в слое от 0 до 10 км. Начальное положение отрезков в плановой проекции на дневную поверхность устанавливалось по морфологии подбираемых аномалий; масса выбиралась с тем расчетом, чтобы поле от отрезка в двух точках над его концами на дневной поверхности максимально совпадало с измеренным полем в этих точках. На рисунке 6 показаны проекции на дневную поверхность подобранных отрезков и гравитационное поле от них. Относительная невязка подбора поля составила менее 1%.



**Рисунок 6.** Положение подобранных отрезков в проекции на плоскость  $z=0$  и создаваемое ими поле.

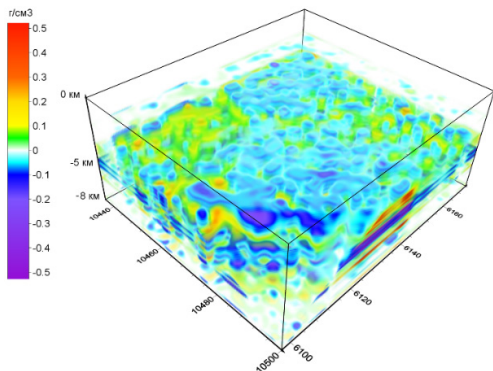
О количественном распределении подобранных отрезков по  $z$  координате можно судить по соответствующей гистограмме  $\Omega(n)$  (см. рис. 7б). На графике на оси абсцисс отражена доля отрезков (от их общего числа), которые пересекает горизонтальная плоскость, расположенная на глубине, отложенной по оси ординат. По графику можно судить о примерной глубине трехмерной модели. К сожалению, не существует теории эквивалентных решений теоретической обратной задачи и алгоритма восстановления геометрии объемных эквивалентов для трехмерных линейных отрезков. Однако, по сделанному подбору можно рассчитать зависимость средней плотности тонких горизонтальных слоев (одномерное распределение), расположенных на данной глубине. Масса каждого слоя принимается равной суммарной массе частей отрезков, лежащих в этом слое (см. рис. 7а). Данная зависимость выбирается в качестве плотности «нормальной» модели (относительно значения  $2,6 \text{ г/см}^3$ ) для дальнейшего использования при решении линейной обратной задачи.



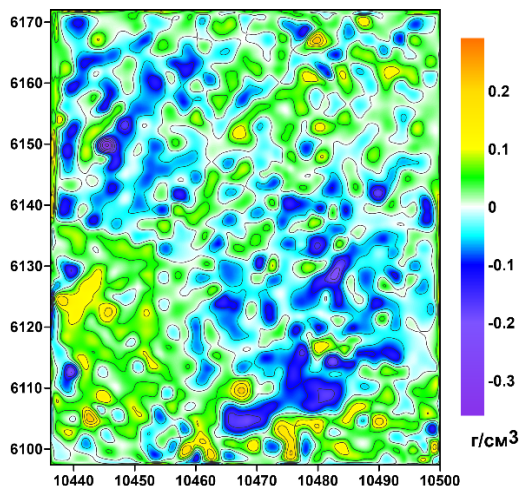
**Рисунок 7.** Распределение по глубине параметров истокообразной аппроксимации: а) средняя плотность отрезков б) гистограмма количественного распределения отрезков.

Отметим, что применение алгоритма подбора для восстановления одномерной (усредненной) плотности в пределах выделенного участка всего лишь вынужденная мера, оправданная отсутствием какой-либо дополнительной информации. Несмотря на его универсальность это требует большого количества вычислений, а результат (см. рис. 7а) может оказаться неадекватным реальным условиям геологического строения в окрестности поискового объекта. Более перспективны прямые измерения плотности (данные плотностного каротажа) по разрезу скважин разведочного бурения.

По локальной составляющей наблюдаемого поля (рис. 5б) подберем распределение плотности для модели до глубины 8 км распространения отрезков (рис. 7). Воспользуемся методом локальных поправок из главы 3. В качестве  $\rho_0(z)$  выберем распределение средней плотности отрезков по глубине (рис. 7а). На рисунках 8 и 9 представлены внешний вид и горизонтальный срез плотностной модели, подобранной без использования аппарата разделения поля: линейная обратная задача решалась сразу для всего слоя  $(-8;0]$  км. Погрешность подбора поля меньше 1%.

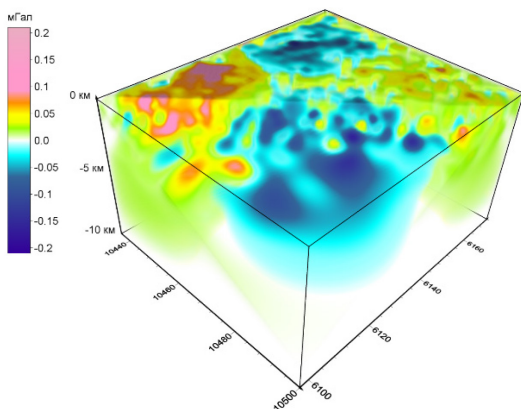


**Рисунок 8.** Трехмерная плотностная модель (плотность указана относительно среднего значения  $2,6 \text{ г/см}^3$ ), подобранная с использованием истокообразной аппроксимации локальной составляющей наблюдаемого поля. Выполнен срез наклонной плоскостью. Диапазон  $[-0.01; 0.01] \text{ г/см}^3$  относительной плотности отображается полностью прозрачным.

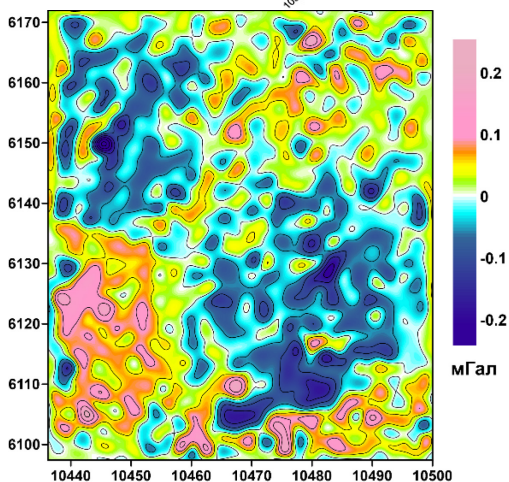


**Рисунок 9.** Горизонтальный срез для глубины 3 км трехмерной плотностной модели (плотность указана относительно среднего значения  $2,6 \text{ г/см}^3$ ), подобранной с использованием истокообразной аппроксимации локальной составляющей наблюдаемого поля.

Далее посмотрим, как изменится модель при независимом послойном решении линейной обратной задачи по набору полей, полученных при помощи аппарата разделения полей из главы 4. Разделим локальную составляющую наблюдаемого поля (рис. 5б), шаг дискретизации по глубине выберем 200 м, нижнюю границу – 10 км. На рисунке 10 представлен «куб разделенных полей»: каждый его горизонтальный срез есть поле, которое мы ставим в соответствие слою, расположенному между ближайшими к глубине среза глубинами дискретизации. На рисунке 11 приведено поле слоя  $(-1; -0.8] \text{ км}$ .

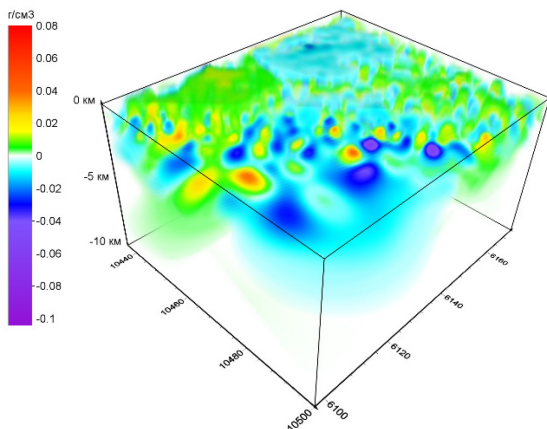


**Рисунок 10.** «Куб разделенных полей» для локальной составляющей наблюдаемого поля. Выполнен срез наклонной плоскостью. Диапазон  $[-0.005; 0.005]$  мГал отображается полностью прозрачным.

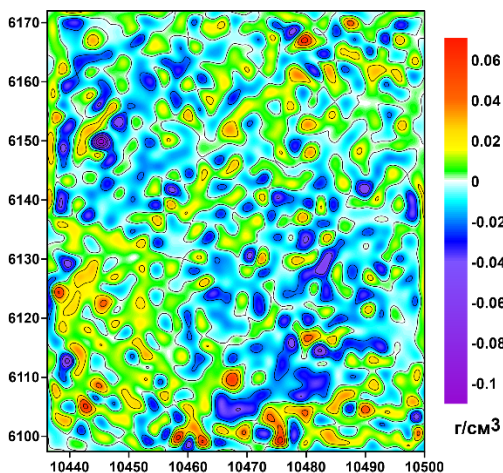


**Рисунок 11.** Поле, выделенное при помощи аппарата разделения полей, для слоя  $(-1; -0.8]$  км.

Для каждого слоя по соответствующему разделенному полю независимо решаем линейную обратную задачу методом локальных поправок, используем  $\rho_0(z) \equiv 1 \text{ г/см}^3$ . На рисунках 12 и 13 представлены внешний вид и горизонтальный срез плотностной модели, подобранной с использованием аппарата разделения поля. Погрешность подбора поля меньше 1%.



**Рисунок 12.**  
*Трехмерная плотностная модель (плотность указана относительно среднего значения  $2,6 \text{ г/см}^3$ ), подобранная с использованием разделения локальной составляющей наблюдаемого поля по глубине. Выполнен срез наклонной плоскостью. Диапазон  $[-0.001; 0.001] \text{ г/см}^3$  относительной плотности отображается полностью прозрачным.*



**Рисунок 13.**  
*Горизонтальный срез для глубины 900 м трехмерной плотностной модели (плотность указана относительно среднего значения  $2,6 \text{ г/см}^3$ ), подобранной с использованием разделения локальной составляющей наблюдаемого поля по глубине.*

Сравнивая две модели (рис. 8 и 12), полученные по различным методикам без использования априорной информации, следует отметить их явное различие, хотя локальная составляющая наблюдаемого поля подобралась в обоих случаях одинаково хорошо. Этот факт еще раз говорит о том, что гравитационное моделирование без использования априорных данных и в отрыве от других методов геофизики может давать существенно отличающиеся результаты в зависимости от применяемой методики построения моделей.

Использование плотностной модели начального приближения, оригинальных быстрых алгоритмов решения задач гравиметрии на сетках большой размерности (с применением параллельных вычислений) позволяет рассчитывать крупномасштабные плотностные модели. По результатам численного моделирования можно построить объёмную (градиентную) модель послойного распределения избыточной плотности в неоднородном слое и в рамках полученного решения восстановить зоны локальных неоднородностей.

Физически содержательное наполнение решения сильно зависит от выбора модели начального приближения. Чем больше имеется априорной информации о распределении плотности в исследуемой области (например, по скважинам), тем точнее трехмерная модель распределения плотности будет соответствовать реальности. Прямые измерения плотности (данные плотностного каротажа) по разрезу скважин разведочного бурения более предпочтительны для оценочной заверки результатов математического моделирования. Объёмные плотностные модели, опирающиеся на первичные данные измерений по скважинам, обладают большей практической значимостью и могут применяться для обоснования места проведения поисково-разведочных работ в окрестности перспективных участков.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Основные результаты, полученные в работе, состоят в следующем. Предложена методика количественной интерпретации гравитационного поля на основе комплекса вычислительно эффективных параллельных алгоритмов решения трехмерных задач на сетках большой размерности.

Разработан быстрый алгоритм для точного вычисления гравитационного поля от модели с кусочно-постоянным распределением плотности на равномерной сетке. Он имеет меньшую вычислительную сложность, чем расчет по «явной» формуле, а созданное на его основе программное обеспечение использует на порядок меньше ресурсов процессора и памяти, что продемонстрировано на синтетических моделях с разным числом элементов разбиения. Многопоточная программная реализация алгоритма для GPU с поддержкой CUDA применялась на практике для расчетов полей от плотностных региональных моделей и использовалась как важная составная часть метода автоматизированной интерпретации.

При расчетах гравитационного поля от фрагментов трехмерной модели в произвольных криволинейных границах использовалась переменная по глубине плотность относимости («плотность вмещающей среды»). На синтетических и практических примерах показано, что такая плотность уменьшает амплитуды редуцированных аномалий поля, по сравнению с постоянной по глубине плотностью, и позволяет корректно сопоставлять гравитационные аномалии от неоднородных частей плотностной модели с произвольными криволинейными границами.



Разработан алгоритм решения линейной обратной задачи гравиметрии, основанный на идее локализации: поле в каждой точке обусловлено главным образом областью плотностной модели, расположенной ближе всего к этой точке. Соответственно, на каждой итерации метода плотности в модели модифицируются «локально», то есть зависимо только от ближайших точек задания поля. В совокупности с быстрым алгоритмом решения прямой задачи он позволяет находить устойчивые решения обратной задачи в выбранном классе моделей. Параллельная программная реализация метода для GPU позволяет решать обратную задачу для моделей с количеством элементов разбиения порядка  $10^6$  практически в реальном времени.

Предложен вычислительно эффективный алгоритм расчета интеграла Пуассона для представления гармонических функций во «внешнем» полупространстве по их граничным значениям на плоскости. Также разработан алгоритм для решения обратной задачи: аналитического продолжения гармонических функций с плоскости во «внутреннее» полупространство. Он основан на решении интегрального уравнения Фредгольма 1-ого рода модифицированным методом локальных поправок с регуляризацией. В совокупности оба алгоритма позволяют разделять гравитационное поле по глубине на составляющие, относимые к горизонтальным слоям модели на соответствующих глубинах. На практическом примере регионального моделирования показано, как меняются результаты решения линейной обратной задачи с применением разделения поля и без него.

Методы пересчетов и решения линейной обратной задачи гравиметрии применены к построению региональной плотностной модели Северного-Полярного Урала  $48^{\circ}$ - $72^{\circ}$  в.д.,  $60^{\circ}$ - $68^{\circ}$  с.ш. размерностью  $1336 * 969 * 800$  элементов и крупномасштабной модели приповерхностного слоя земной коры для территории  $70 \times 60$  км<sup>2</sup> размерностью  $350 * 300 * 50$  элементов. Во втором случае показаны два варианта интерпретации: без использования начальной модели с послойным разделением наблюдаемого поля и последующим подбором плотностей в соответствующих слоях; и без разделения поля, но с использованием начальной модели, полученной путем подбора наблюдаемого поля сингулярными источниками (отрезками) с последующим «рассеянием» их масс по тонким горизонтальным слоям.

Все предложенные алгоритмы были реализованы в программном обеспечении, использующем технологии Nvidia CUDA и AMD ROCm для вычисления на высокопроизводительных графических ускорителях.

## СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### Статьи в периодических изданиях, индексируемых в Web of Science и Scopus

- 1) Мартышко П.С., Ладовский И.В., **Бызов Д.Д.** О решении обратной задачи гравиметрии на сетках большой размерности // Доклады Академии Наук. 2013. том 450. № 6. С. 702-707.
- 2) Мартышко П.С., Ладовский И.В., **Бызов Д.Д.** Об устойчивых методах интерпретации данных гравиметрии // Доклады Академии Наук. 2016. том 471. № 6. С. 725-728. DOI: 10.7868/S0869565216360160.
- 3) Ладовский И.В., Мартышко П.С., **Бызов Д.Д.**, Колмогорова В.В. О выборе избыточной плотности при гравитационном моделировании неоднородных сред // Физика Земли. 2017. №1. С. 138-147. DOI: 10.7868/S0002333716060053.
- 4) Martyshko P.S., Ladovskii I.V., **Byzov D.D.**, Tsidaev A.G. Gravity Data Inversion with Method of Local Corrections for Finite Elements Models // Geosciences. 2018. Vol. 8. Issue 10. № 373. DOI: <https://doi.org/10.3390/geosciences8100373>.

### Статьи в периодических изданиях, рекомендованных ВАК, но не индексируемых ни в Web of Science, ни в Scopus

- 5) Мартышко П.С., Ладовский И.В., Осипов В.Ю., **Бызов Д.Д.**, Цидаев А.Г. Методика и новые сеточные алгоритмы построения 3D плотностных моделей // Геофизика. 2013. №1. С. 41-47.

### Расширенные тезисы докладов в сборниках трудов конференций, индексируемых в Scopus

- 6) Martyshko P.S., Ladovsky I.V., Tsydaev A.G., **Byzov D.D.** 3D density model construction for Timan-Pechora region // Proceeding. of XIVth International Conference "Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects", 11-14 May 2015, Kiev, Ukraine. DOI: 10.3997/2214-4609.201412421. ISBN: 978-946282152-1.
- 7) Martyshko, P., **Byzov, D.**, Ladovskiy, I., Tsidaev, A. 3D density models construction method for layered media // 15th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2015, [www.sgem.org](http://www.sgem.org), SGEM2015 Conference Proceedings, ISBN 978-619-7105-33-9 / ISSN 1314-2704, June 18-24, 2015, Albena. Bulgaria. 1 (2), pp. 425-432.
- 8) Petr S. Martyshko, Igor V. Ladovskii, **Denis D. Byzov** and Alexander G. Tsidaev Forward Gravity Problem Solution Optimization for the Finite Elements Approach // Proceedings of the International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics 2016 (Icnaam-2016). Volume: 1863. No.: 050008. Published: 2017. Greece Republic, Rhodes. 19–25 September, 2016. DOI: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4992205>.
- 9) Petr S. Martyshko, Igor V. Ladovskii, **Denis D. Byzov** and Alexander G. Tsidaev On Stable Solution of 3D Gravity Inverse Problem // Proceedings of the International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics 2016

(Icnaam-2016). Volume: 1863. No.: 050007. Published: 2017. Greece Republic, Rhodes. 19–25 September, 2016. DOI: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4992204>.

- 10) P. Martyshko, I. Ladovskii, **D. Byzov**, A. Tsidaev Density Earth's crust models creation using gravity and seismic data // 18th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2018, July 2-8, 2018, Albena, Bulgaria. [www.sgem.org](http://www.sgem.org), SGEM2018 Conference Proceedings. Volume 18. Issue 1.1. 749-754 pp. DOI: 10.5593/SGEM2018/1.1.
- 11) P. S. Martyshko, I. V. Ladovskii, **D. D. Byzov**, and A. G. Tsidaev On solutions of forward and inverse problem for potential geophysical fields: Gravity inversion for Urals region // Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences. AIP Conference Proceedings 2164, 120010 (2019). DOI: <https://doi.org/10.1063/1.5130870>.

**Другие публикации по теме диссертации – 4** (индексируются РИНЦ):

- 1) Мартышко П.С., Ладовский И.В., Колмогорова В.В., Цидаев А.Г., **Бызов Д.Д.** Применение сеточных функций в задачах трехмерного плотностного моделирования // Уральский геофизический вестник. 2012. №1. С. 30-34.
- 2) **Бызов Д.Д.**, Колмогорова В.В., Ладовский И.В., Мартышко П.С., Цидаев А.Г. О способе построения плотностных моделей слоисто-неоднородных сред // Уральский геофизический вестник. 2015. №1(25). С. 24-32.
- 3) Мартышко П.С., Ладовский И.В., **Бызов Д.Д.** О решении прямой задачи гравиметрии в рамках конечно-элементного подхода // Уральский геофизический вестник. 2015. №1(25). С. 42-45.
- 4) Мартышко П.С., Ладовский И.В., Федорова Н.В., **Бызов Д.Д.**, Цидаев А.Г. Теория и методы комплексной интерпретации геофизических данных. Екатеринбург: УрО РАН, 2016. – 94 с. ISBN 978-5-7691-2463-1.

Подписано в печать 04.02.2021 г.  
Формат 64×84/16. Объем 1,0 усл. печ. л.  
Тираж 100 шт. Заказ №

Отпечатано в ООО «ИРА УТК»  
620089, г. Екатеринбург, ул. Луганская, д. 59/4.  
Тел./факс: (343) 221-36-06.